

СИЛАБУС
навчальної дисципліни
«ЧИСЛОВІ МЕТОДИ МАТЕМАТИЧНОЇ ФІЗИКИ»

Галузь знань	<i>10 – Природничі науки</i>
Спеціальність	<i>104 – Фізика та астрономія</i>
Освітня програма	<i>Фізика ядра, фізика елементарних частинок і високих енергій; ядерно-фізичні установки; радіаційна фізика конденсованого стану; фізика плазми і ядерного синтезу</i>
Освітній рівень	<i>доктор філософії</i>
Статус дисципліни	<i>Фаховий / Вибірковий</i>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Курс / семестр	<i>II (III) курс, 1 (2) семестр</i>
Кількість кредитів ЄКТС	<i>4 кредити</i>
Розподіл за видами занять та годинами навчання	<i>Лекції – 32 год.</i>
	<i>Практичні (семінарські) – 16 год.</i>
	<i>Консультації – 4 год.</i>
	<i>Самостійна робота – 68 год.</i>
Форма підсумкового контролю	<i>Іспит</i>
Відділ	<i>Відділ теорії ядерного синтезу, ІЯД НАН України, корп. 101, тел. +380-44-525-4283, http://www.kinr.kiev.ua/departments/fusion_theory/fusion_theory_ua.html</i>
Викладач (-і)	<i>Яковенко Юрій Володимирович, провідний науковий співробітник, д. ф.-м. н., с.н.с.</i>
Контактна інформація викладача (-ів)	<i>yakovenko@kinr.kiev.ua, +380-67-506-2096</i>
Дні занять	<i>За розкладом</i>
Консультації	<i>Дистанційні, за домовленістю з ініціативи здобувача, групові</i>

Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Мета навчальної дисципліни - формування у аспірантів компетентностей у галузі числових методів, що застосовуються при розв'язанні задач математичної фізики.

Предмет навчальної дисципліни – числові методи математичної фізики.

Компетентності

Інтегральна компетентність (ІК): Здатність продукувати нові ідеї, розв'язувати комплексні проблеми науково-дослідницької та/або розробницької, та/або інноваційної діяльності у сфері фізики та/або астрономії, застосовувати методологію науково-дослідницької та педагогічної діяльності, а також проводити власне наукове дослідження, результати якого мають наукову новизну, теоретичне та практичне значення.

Загальні компетентності (ЗК):

ЗК.01. Здатність генерувати нові ідеї (креативність).

ЗК.02. Здатність працювати в міжнародному контексті.

ЗК.03. Здатність розв'язувати комплексні наукові проблеми на основі системного наукового світогляду та загального культурного кругозору із дотриманням професійної етики та академічної доброчесності.

Спеціальні (фахові) компетентності (СК):

СК.01. Здатність виявляти, ставити та вирішувати проблеми дослідницького характеру в сфері фізики та/або астрономії, інтегрувати знання з різних галузей, оцінювати та забезпечувати якість виконуваних досліджень.

СК.02. Здатність відстежувати тенденції розвитку фізики та/або астрономії, їх прикладних застосувань, критично переосмислювати наявні знання та методи фундаментальних та прикладних наукових досліджень.

СК.03. Здатність представляти та обговорювати результати своєї науково-дослідницької роботи державною мовою, а також англійською мовою чи одною з офіційних мов Європейсько Союзу, в усній та в письмовій формі, опрацьовувати наукову літературу з фізики та/або астрономії і ефективно використовувати нову інформацію з різних джерел.

СК.06. Здатність застосовувати сучасні методи, методики, технології, інструменти та обладнання для проведення прикладних та фундаментальних наукових досліджень у галузі фізики та/або астрономії.

Програмні результати навчання

РН01. Вміти застосовувати базові математичні знання, які використовуються у фізиці та астрономії: з аналітичної геометрії, лінійної алгебри, математичного аналізу, диференціальних та інтегральних рівнянь, теорії ймовірностей та математичної статистики, теорії груп, методів математичної фізики, теорії функцій комплексної змінної, математичного моделювання.

РН03. Вільно презентувати та обговорювати державною мовою, а також англійською мовою чи одною з офіційних мов Європейського Союзу, результати наукових досліджень, фундаментальні та прикладні проблеми фізики та/або астрономії, публікувати результати наукових досліджень у наукових виданнях, що індексуються у базах Scopus та WoS Core Collection.

РН04. Формулювати і перевіряти гіпотези; використовувати для обґрунтування висновків належні докази, зокрема, результати теоретичних і експериментальних досліджень, математичного моделювання, комп'ютерного експерименту, а також наявні літературні дані.

РН05. Розробляти моделі процесів і систем у фізиці та/або астрономії та дотичних міждисциплінарних напрямках, використовувати їх у науково-дослідницькій діяльності для отримання нових знань та/або створення розробок та інноваційних продуктів.

РН07. Застосовувати сучасні інструменти і технології пошуку, оброблення та аналізу інформації, зокрема, статистичні методи аналізу даних великого обсягу та/або складної структури, спеціалізовані бази даних та інформаційні системи.

РН09. Глибоко розуміти загальні принципи та методи природничих наук, а також методологію наукових досліджень, місце фізики в системі наукових знань як методологічної основи природничих, інженерних наук та технологій; застосувати їх у власних дослідженнях у сфері фізики та/або астрономії та у викладацькій діяльності.

РН10. Мати навички захисту прав інтелектуальної власності.

Після засвоєння матеріалу дисципліни аспіранти повинен: знати числові методи розв'язання задач математичної фізики (систем алгебраїчних рівнянь, задач мінімізації, обчислення квадратур, задач Коші та крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь, крайових задач для рівнянь із частинними похідними, задач, некоректних за Адамаром); **знати** методи дослідження апроксимації та стійкості числових схем; отримати базові знання і вміння користування числовими методами, **знати** порівнянню ефективність цих методів, щоб

уміти вибрати алгоритми та відповідні програмні пакети при розв'язанні фізичних задач; **уміти** застосовувати числові методи, щоб розв'язати систему алгебраїчних рівнянь, обчислити інтеграл, розв'язати систему диференціальних рівнянь або крайову задачу для рівняння з частинними похідними, розв'язати інтегральне рівняння або обернену задачу математичної фізики; **самостійно працювати** з навчальною, науковою та довідковою літературою з числових методів математичної фізики українською та іноземними мовами.

Передумови для навчання

Перелік попередньо прослуханих дисциплін / Знання, вміння, навички, якими повинен володіти здобувач, щоб приступити до вивчення дисципліни

Для успішного засвоєння дисципліни аспірант повинен знати математичний аналіз, лінійну алгебру, теорію диференціальних рівнянь та теорію рівнянь математичної фізики в обсязі стандартних університетських курсів. Крім того, необхідно мати навички програмування на одній з мов програмування, які зазвичай використовуються в точних науках (Python, Fortran, C++ тощо). Компетентності, знання, уміння та досвід, одержані в процесі вивчення кредитного модуля «Числові методи математичної фізики», є корисними для якісного виконання наукових досліджень за темою дисертації.

Зміст навчальної дисципліни

Дисципліну структурно розділено на 3 розділи:

Розділ 1. Базові методи.

Розділ 2. Метод скінченних різниць для рівнянь з частинними похідними.

Розділ 3. Метод скінченних елементів та методи регуляризації.

Матеріально-технічне (програмне) забезпечення дисципліни

Для виконання практичних завдань за темою курсу потрібен персональний комп'ютер; можна вважати, що ця вимога легко задовольняється для аспірантів ІЯД НАН України у тих відділах, де виконується наукова робота (навіть якщо аспірант не має ані особистого комп'ютера вдома, ані ноутбука). Існують безкоштовні варіанти усіх програмних засобів, необхідних для виконання практичних завдань, наприклад, Python з бібліотеками matplotlib, numpy та scipy, безкоштовні версії компілятора Фортрану FTN95 та Visual Studio для Windows, збірка компіляторів gcc для Linux, бібліотека LAPACK або подібні до неї бібліотеки, написані на C++, графічна програма gnuplot. Отже, кожний відділ у змозі створити аспірантові достатні умови для виконання завдань курсу.

Сторінка курсу на платформі Інституту (персональна навчальна система)

Наразі такої немає.

Рекомендовані джерела

Базова література:

1. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. — М.: Наука, 1987.
2. Калиткин Н.Н. Численные методы. — М.: Наука, 1978.
3. Самарский А.А. Теория разностных схем. — М.: Наука, 1983.
4. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. — М.: Наука, 1977.
5. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. — М.: Наука, 1986.
6. Shen S.-Y. A Numerical Study of Inverse Heat Conduction Problems. — Computers and Mathematics with Applications, vol. 38, pp. 133-138, 1999.
7. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. — М.: Наука, 1967.
8. Hairer E., Nørsett S.P., Wanner G. Solving Ordinary Differential Equations I (Nonstiff Problems). — Berlin–Heidelberg: Springer-Verlag, 1993; Хайпер Э., Нёрсетт С., Ваннер Г.,

Решение обыкновенных дифференциальных уравнений (нежесткие задачи). — М.: Мир, 1990.

9. Стренг Г., Фикс Дж. Теория метода конечных элементов. — М.: Мир, 1977.
10. Richtmyer R.D., Morton K.W. Difference Methods for Initial Value Problems. — New York: Interscience Publishers, 1967; Рихтмайер Р., Мортон К. Разностные методы решения краевых задач. — М.: Мир, 1972.

Допоміжна література:

11. Годунов С.К., Рябенский В.С. Разностные схемы (введение в теорию). — М.: Наука, 1977.
12. Potter D. Computational Physics. — New York: John Wiley & Sons, 1973; Поттер Д. Вычислительные методы в физике. — М.: Мир, 1975.
13. Самарский А. А., Вабищевич П. Н. Численные методы решения обратных задач математической физики. — 3-е изд. — М.: Издательство ЛКИ, 2009. — 480 с.
14. Преображенский Н.Г., Пикалов В.В. Неустойчивые задачи диагностики плазмы. — Новосибирск: Наука, 1982.
15. Яненко Н.Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач. — Новосибирск: Наука, 1967.

Навчальний контент

Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Загальний методичний підхід до викладання навчальної дисципліни визначається як комунікативно-когнітивний та професійно орієнтований, згідно з яким у центрі освітнього процесу знаходиться аспірант – суб'єкт навчання і майбутній науковець.

Лекційні заняття

Розділ 1. Базові методи.

Лекція 1. Розв'язання рівнянь та оптимізація. Методи розв'язання функціональних рівнянь (метод простої ітерації, метод бісекції, метод Ньютона, метод січних). Методи оптимізації (метод золотого перерізу, градієнтний метод, метод Ньютона, метод спряжених градієнтів).

Лекція 2. Інтегрування. Обчислення квадратур (метод трапецій, метод прямокутників, метод Симпсона, методи Гаусса та Гаусса-Лобатто). Задача Коші для звичайних диференціальних рівнянь (метод Ейлера, методи Рунге-Кутти та Адамса). Приклад числової нестійкості.

Лекція 3. Крайові задачі для звичайних диференціальних рівнянь. Метод пристрілювання. Метод Томаса. Умови застосовності цих методів.

Розділ 2. Метод скінченних різниць для рівнянь з частинними похідними.

Лекція 4. Основні поняття методу скінченних різниць та застосування до рівняння дифузії. Ідея сіткового методу апроксимації. Різницеві оператори та локальна апроксимація. Шеститочкові схеми для рівняння дифузії (явні та неявні).

Лекція 5. Збіжність різницевих схем. Основи теорії операторів у лінійних векторних просторах. Глобальна апроксимація. Стійкість. Зв'язок між глобальною апроксимацією, стійкістю та збіжністю (принцип Лакса-Рихтмаєра).

Лекція 6. Теорія стійкості різницевих схем. Достатній критерій стійкості. Необхідний критерій фон Неймана. Метод розділення змінних. Стійкість різницевих схем для рівняння дифузії.

Лекція 7. Рівняння адвекції. Метод характеристик. Явні різницеві схеми для рівняння адвекції, їх апроксимація та стійкість. Критерій Куранта-Фридрихса-Леві та його зв'язок із причинністю. Неявні різницеві схеми для рівняння адвекції, їх апроксимація та стійкість.

Лекція 8. Гіперболічні рівняння: якісні властивості розв'язків та хвильове рівняння. Монотонність різницевої схеми. Числова дифузія. Хвильове рівняння: схема «хрест» та дев'ятиточкові неявні схеми.

Лекція 9. Задачі зі змінними коефіцієнтами та нелінійні задачі. Задачі зі змінними коефіцієнтами. Консервативність. Принцип заморожених коефіцієнтів. Задачі в криволінійних координатах. Нелінійні задачі.

Лекція 10. Задача Дирихле для рівняння Пуассона. Різницева схема «хрест». Апроксимація крайових умов для непрямокутної області. Стійкість: принцип максимуму та мажоранта Гершгорина.

Лекція 11. Методи розщеплення. Метод релаксації для еліптичних задач. Енергетичний критерій стійкості Самарського. Змінно-трикутний метод. Метод змінних напрямків.

Розділ 3. Метод скінченних елементів та методи регуляризації.

Лекція 12. Сплайн-інтерполяція. Сплайни. Теорема про існування та єдиність сплайн-інтерполяції. Переваги сплайнів перед поліноміальною інтерполяцією. Сплайни зі згладжуванням.

Лекція 13. Проекційні методи та метод скінченних елементів. Метод Ритца. Метод скінченних елементів (МСЕ). Оцінка точності МСЕ. Скінченні елементи з підвищеною точністю.

Лекція 14. МСЕ у несамоспрязаних, еволюційних та багатовимірних задачах. Побудова базисів для багатовимірних задач. Метод Гальоркіна для несамоспрязаних та еволюційних задач.

Лекція 15. Розв'язання задач, некоректних за Адамаром. Приклади задач, некоректних за Адамаром. Обернене перетворення Абеля. Проблема шуму даних. Метод регуляризації Тихонова.

Лекція 16. Метод сингулярного розкладення матриці. Сингулярне розкладення матриці. Його використання для придушення шуму в некоректних задачах. Підсумки курсу.

Практичні заняття

Заняття 1. Задача практичних завдань. Демонстрація самостійно зроблених програм для практичного завдання 1.

Заняття 2. Приготування до контрольної роботи. Спільне розв'язання задач із дослідження апроксимації різницевих схем.

Заняття 3. Приготування до контрольної роботи. Спільне розв'язання задач із дослідження стійкості різницевих схем.

Заняття 4. Приготування до контрольної роботи. Спільне розв'язання задач із дослідження стійкості різницевих схем.

Заняття 5. Контрольна робота. Дослідження апроксимації та стійкості різницевих схем.

Заняття 6. Задача практичних завдань. Демонстрація самостійно зроблених програм для практичного завдання 2.

Заняття 7. Числова деконволюція спектру. Самостійний підбір параметра регуляризації, який забезпечує найкращу роздільну здатність, за допомогою наданого коду.

Заняття 8. Задача практичних завдань. Демонстрація самостійно зроблених програм для практичного завдання 3.

Самостійна робота аспіранта

Самостійна робота здобувача наукового ступеня доктора філософії є основним засобом засвоєння навчального матеріалу у вільний від навчальних занять час і включає:

Вид самостійної роботи	Кількість годин СРС
Опрацювання матеріалу лекцій та літератури	25
Виконання практичних завдань	20
Підготовка до контрольної роботи	5

Політика та контроль

Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Система вимог, які викладач ставить перед аспірантом:

- правила відвідування занять: заняття проводяться відповідно до розкладу згідно із правилами, встановленими [Положенням про організацію освітнього процесу в Інституті ядерних досліджень НАН України](#), присутність на заняттях є добровільною, примушування до будь-яких дій в навчальному процесі без особистої згоди аспіранта не допускається. Відповідно до робочої навчальної програми даної дисципліни бали нараховують за відповідні види навчальної активності на лекційних та практичних заняттях згідно з [Уніфікованою системою оцінювання навчальних досягнень аспірантів](#).
- правила поведінки на заняттях: аспірант має можливість отримувати бали за відповідні види навчальної активності на лекційних заняттях, передбачені робочою навчальною програмою дисципліни. Використання засобів зв'язку для пошуку інформації на гугл-диску викладача, в інтернеті, в дистанційному курсі на платформі Інституту здійснюється за умови вказівки викладача;
- політика дедлайнів та перескладань: якщо аспірант не виконував модульні контрольні роботи (без поважної причини), то його результат оцінюється у 0 балів. Перескладання передбачено за поважних причин;
- політика щодо академічної доброчесності: [Положення про академічну доброчесність працівників та здобувачів вищої освіти в Інституті ядерних досліджень НАН України](#) встановлює загальні моральні принципи, правила етичної поведінки осіб та передбачає політику академічної доброчесності для осіб, що працюють і навчаються в Інституті, якими вони мають керуватись у своїй діяльності, в тому числі при вивченні та складанні контрольних заходів з дисципліни;
- при використанні цифрових засобів зв'язку з викладачем (мобільний зв'язок, електронна пошта, переписка на форумах та у соцмережах тощо) необхідно дотримуватись загальноприйнятих етичних норм, зокрема бути ввічливим та обмежувати спілкування робочим часом викладача.

Система оцінювання результатів навчання

Види контролю та система оцінювання результатів навчання

Поточний контроль: опитування за темою заняття, контрольна робота.

Календарний контроль: провадиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу.

Семестровий контроль: іспит.

Умови допуску до семестрового контролю: відсутні.

Рейтинг аспіранта з дисципліни складається з балів, які він отримує:

- 1) за самостійні практичні завдання;
- 2) за контрольну роботу.
- 3) за відповідь на екзамені.

Система рейтингових балів

1) Самостійні практичні завдання. Максимальна кількість балів, які може отримати аспірант за виконання самостійних практичних завдань становить $4 \times 12 = 48$ балів.

Нарахування балів за одне самостійне завдання:

- повна виконання (не менше 90 % обсягу) – 11-12 балів;
- достатньо повне виконання (не менше 75 % потрібної інформації) – 8-10 балів;

- неповне виконання (не менше 60 % потрібної інформації) – 4-7 балів;
 - незадовільне виконання (менше 60 % потрібної інформації) – 0 балів.
- 2) Контрольна робота. Максимальна кількість балів за контрольну роботу становить 12 балів. Нарахування балів:
- «відмінно», повна відповідь (не менше 90 % потрібної інформації) – 11-12 балів;
 - «добре», достатньо повна відповідь (не менше 75 % потрібної інформації або незначні неточності) – 7-10 балів;
 - «задовільно», неповна відповідь (не менше 60 % потрібної інформації та деякі помилки) – 4-7 балів;
 - «незадовільно», незадовільна відповідь (менше 60 % потрібної інформації) – 0 балів.
- 3) Екзамен. Завдання містить два теоретичні питання та задачу. Кожне з яких оцінюються у 15 балів, задача – 10 балів. Всього $2 \times 15 + 10 = 40$ балів.
- Нарахування балів за екзаменаційну відповідь:
- повна відповідь (не менше 90 % потрібної інформації) – 14-15 балів;
 - достатньо повна відповідь (не менше 75 % потрібної інформації) – 10-13 балів;
 - неповна відповідь (не менше 60 % потрібної інформації) – 7-9 балів;
 - незадовільна відповідь (менше 60 % потрібної інформації) – 0 балів.
- Нарахування балів за екзаменаційну задачу:
- відмінний розв'язок (не менше 90 % потрібної інформації) – 9-10 балів;
 - достатньо якісний розв'язок (не менше 75 % потрібної інформації) – 6-8 балів;
 - неповний розв'язок (не менше 60 % потрібної інформації та помилки) – 3-5 балів;
 - незадовільна відповідь (менше 60 % потрібної інформації та істотні помилки) – 0 балів.

Накопичування рейтингових балів з навчальної дисципліни

Види навчальної роботи	Мах кількість балів
Виконання самостійних практичних завдань	48
Контрольна робота	12
Іспит	40
Максимальна кількість балів	100

Відповідність системи оцінювання ІЯД НАН України шкалі оцінювання ЄКТС та національній системі оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ЄКТС	Оцінка за національною шкалою	
		для екзамену (іспиту), диференційованого заліку, курсового проекту (роботи), практики, тренінгу	для заліку
90 – 100	A	відмінно	зараховано
82 – 89	B	добре	
75 – 81	C		
69 – 74	D	задовільно	
60 – 68	E	достатньо	не зараховано
35 – 59	FX	незадовільно	
1 – 34	F		

Більш детальну інформацію щодо компетентностей, результатів навчання, методів навчання, форм оцінювання, самостійної роботи наведено у Робочій програмі навчальної дисципліни, див. сайт ІЯД.